

# Билет 9

## 1. ДУС для БИНС Лекции 6-10

Динамич. проф-ты ДУС БИНС

$\Omega_{\varphi}(t)$   
 $\rightarrow$

ДУС

$\sim \Omega_{\varphi}(t)$   
 $\rightarrow$

$\int$

$\rightarrow K_u h \int \Omega_{\varphi}(t) dt = K_u h \psi$

$h \Omega_{\varphi}(t)$

$\Omega_{\varphi}(t)$   
 $\rightarrow$

$W(s)$

$W(s) \cdot \Omega_{\varphi}(s)$   
 $\rightarrow$

$\int$

$\rightarrow K_u W(s) W_u(s) \Omega_{\varphi}(s)$

$W_u(s)$

$\frac{1}{s}$

$\ddot{\beta} + 2\xi\omega_0 \dot{\beta} + \omega_0^2 \beta = \frac{H \Omega_{\varphi}}{A_0}$

$K_{gy} \beta(s) (s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2) = \frac{H}{A_0} \Omega_{\varphi}(s)$

$h = \frac{H}{k} K_{gy}$

$$\frac{K_{gy} \beta(s)}{U_{\text{вх}}(s)} \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi s}{\omega_0} + 1 \right) = \frac{H}{\omega_0^2 A_0} \Omega_{\varphi}(s)$$

$\Rightarrow h \Omega_{\varphi}(s)$

$$W(s) = \frac{U_{\text{вх}}(s)}{\Omega_{\varphi}(s)} = \frac{h}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1}$$

При идеальной интегрирующей ( $\frac{1}{s}$ )

$$W_u(s) = \frac{K_u}{s}$$

$$U_u = K_u h \Omega_{\varphi}(s) \frac{1}{s} = K_u h \psi_1(s) \text{ - ур. а.}$$

$(W(s) \rightarrow h)$

Неустойчивое интегрирование

$W(s) \in$  неуст. интегрирования

$$\psi_u' = K_u W(s) \Omega_\varphi(s) \cdot \frac{1}{s} = K_u h \psi_\Omega(s)$$

$$\Delta\psi(s) = \psi_1(s) - \psi_2(s) = \Omega_\varphi(s) \frac{1}{s} \left( 1 - \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1} \right) =$$

$$= \Omega_\varphi(s) \frac{1}{s} \left( \frac{s^2/\omega_0^2 + 2\xi s/\omega_0 + 1 - 1}{s^2/\omega_0^2 + 2\xi s/\omega_0 + 1} \right)$$

$\omega_0$  - высокая частота

$$\Delta\psi(s) = \Omega_\varphi(s) \frac{2\xi}{\omega_0}$$

$$\Delta\psi(t) = \frac{2\xi}{\omega_0} \Omega_\varphi$$

$\downarrow$  max

Погрешность увеличивается с увеличением  $\omega_0$

$\xi = 0,707$  - оптимальное значение

зависимость погрешности от уш. ск-ти

$$[\Delta\psi] = 10'' \quad (*) \omega_0 = \frac{2\xi}{\Delta\psi} \cdot \Omega_\varphi \approx 504 \text{ рад/сек}$$

$$\Omega_\varphi = 1 \text{ рад/сек}$$

$$(f_0 \approx 80 \text{ Гц})$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{A_0}}$$

(\*) необход. учитывать грав. bias

$$\omega_0 = (8 \div 10) \text{ рад/сек}$$

В случае, если акселерометры и гироскопы размещены непосредственно на борту подвижного объекта, а функции ГСП (гиростабилизированной платформы) выполняет бортовое вычислительное

устройство, то такую систему называют бесплатформенной (бескарданной) инерциальной навигационной системой (БИНС).

В БИНС используемые чувствительные элементы - акселерометры и измерители параметров ориентации (гироскопы) - могут быть построены на различных физических принципах. При этом количество измерителей должно быть таким, чтобы обеспечить получение информации о векторе кажущегося ускорения точки объекта, в котором установлены измерители, и о векторе абсолютной угловой скорости, характеризующей вращение.

В зависимости от состава инерциальных чувствительных элементов БИНС могут быть построены с применением следующих приборов: датчиков угловой скорости (ДУС) и акселерометров, только акселерометров, акселерометров и неуправляемых гироскопов.

В качестве ДУС для БИНС могут использоваться:

### ДНГ:

Динамически настраиваемый гироскоп (ДНГ) — трехстепенной астатический гироскоп (рис. 75) с внутренним упругим кардановым подвесом, в котором обеспечена динамическая настройка таким образом, что моменты упругого подвеса уравниваются за целое число оборотов ротора центробежным моментом инерции кольца карданова подвеса. Отсюда название прибора.

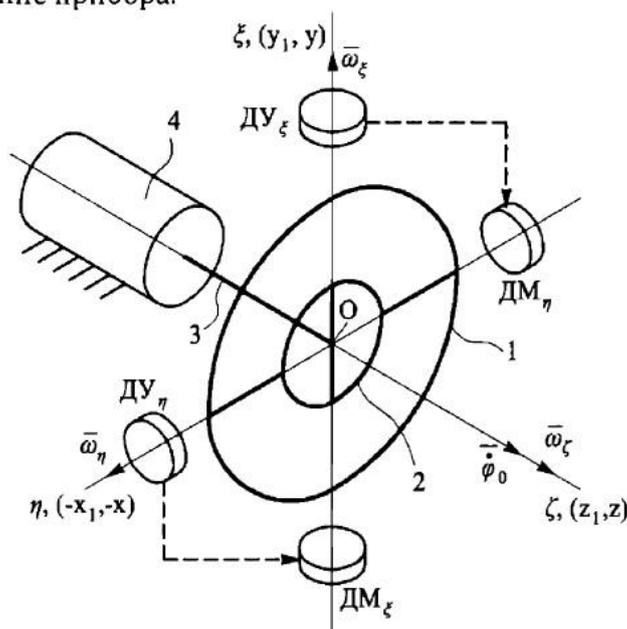


Рис. 75. Схема ДНГ

Согласно рис. 76, оси СК  $O\xi\eta\zeta$  связаны с корпусом,  $Ox_1y_1z_1$  — с кольцом,  $Oхуз$  — с ротором. Двигатель 4 (см. рис. 75) приводит во вращение вал 3 с угловой скоростью  $\dot{\varphi}_0$ ,

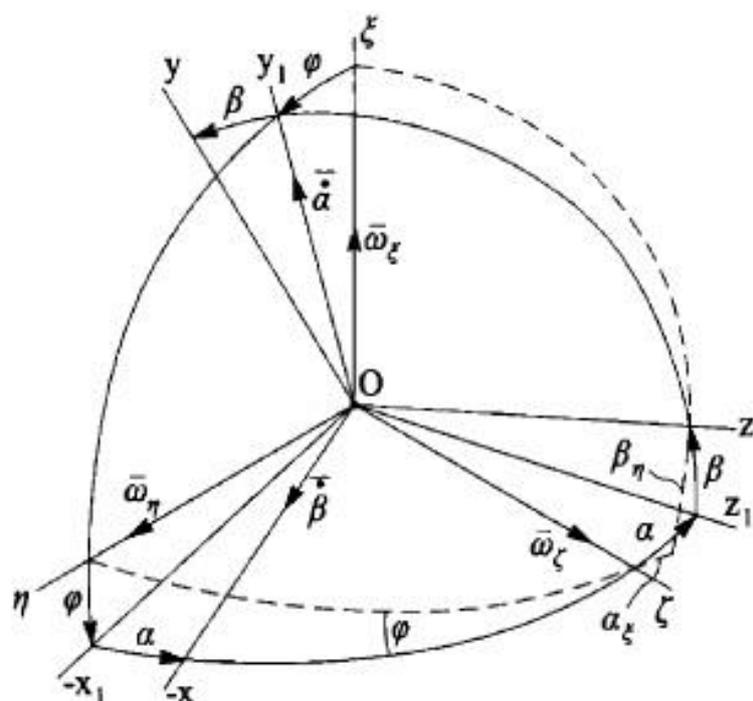


Рис. 76. Системы координат, используемые при составлении уравнений движения ДНГ

на котором с помощью торсиона установлено кольцо 2. Ротор 1 крепится с помощью торсионов к кольцу 2. При динамической настройке прибора можно считать, что ось ротора 1 сохраняет свое положение в инерциальном пространстве (с точностью до погрешностей).

Измеряя угловое положение  $\alpha_\xi$  и  $\beta_\eta$  ротора 1 относительно корпуса прибора вокруг осей  $O\xi$  и  $O\eta$  с помощью датчиков угла  $ДУ_\xi$  и  $ДУ_\eta$ , получают информацию об углах поворота корпуса (или платформы индикаторного гиросtabilизатора). При наличии «перекрестных» (показаны на рис. 75 штриховой линией) обратных связей  $ДУ_\xi - ДМ_\eta$ ,  $ДУ_\eta - ДМ_\xi$  прибор измеряет угловые скорости  $\omega_\xi$  и  $\omega_\eta$ , т. е. ДНГ работает в режиме двухкомпонентного ДУС (режим трехстепенного ДУС).

Так как ДНГ работает в схеме индикаторного гиросtabilизатора или в режиме ДУС, то углы отклонения ротора малы ( $< 1'$ ). В зависимости от количества кардановых колец различают одно- (см. рис. 75), двух- и  $n$ -кольцевые ДНГ [2]. Дополнительные кольца уменьшают погрешности прибора. Так, с помощью второго кольца на порядок уменьшаются погрешно-

сти, вызванные угловой вибрацией вала или корпуса на двойной частоте  $2\dot{\varphi}_0$  вращения ротора.

При вращении кольца 2 с частотой  $\dot{\varphi}_0$  возникают центробежные моменты инерции (за целое число оборотов)  $-0,5(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}_0^2\alpha_\xi$ ,  $-0,5(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}_0^2\beta_\eta$ , которые направлены против упругих моментов  $0,5(K_\alpha + K_\beta)\alpha_\xi$  и  $0,5(K_\alpha + K_\beta)\beta_\eta$ ; здесь  $A_1, B_1, C_1$  — моменты инерции кольца 2 относительно главных центральных осей инерции  $Ox_1, Oy_1, Oz_1$ ;  $K_\alpha, K_\beta$  — угловые жесткости торсионов.

При условии равенства этих моментов осуществляется динамическая настройка:

$$0,5(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}_0^2 = 0,5(K_\alpha + K_\beta);$$

$$K_\alpha + K_\beta = \dot{\varphi}_0^2(A_1 + B_1 - C_1).$$

В серийных образцах ДНГ такая настройка выполняется путем изменения соотношения моментов инерции (с помощью специальных масс (винтов) для динамической настройки):

$$A_1 + B_1 - C_1 = \frac{K_\alpha + K_\beta}{\dot{\varphi}_0^2}.$$

На завершающей стадии проектирования (при испытаниях) настройка может осуществляться изменением частоты вращения ротора  $\dot{\varphi}_0$ :

$$\dot{\varphi}_0 = \omega_0 = \sqrt{(K_\alpha + K_\beta)/(A_1 + B_1 - C_1)}.$$

Основное условие устойчивости ДНГ при выполнении настройки [2]:

$$C + B_1 > A + 0,5B_1,$$

где  $A, C$  — моменты инерции ротора относительно осей  $Ox$  и  $Oz$ .

## Волоконно-оптический гироскоп

Оптические гироскопы строятся на базе пассивного кольцевого интерферометра (источник излучения — лазер — находится вне оптического контура) и активного интерферометра (кольцевой лазер с оптическим резонатором).

Рассмотрим принцип действия пассивного интерферометра (рис. 92), представляющего собой замкнутый кольцевой световод, в котором луч от внешнего источника (лазера) 4 разделяется с помощью оптического устройства 3 на два (1 и 2) встречно-направленных луча.

Интерферометр имеет регистрирующее устройство, состоящее из оптического смесителя лучей 1, 2 и фотоприемника 5,

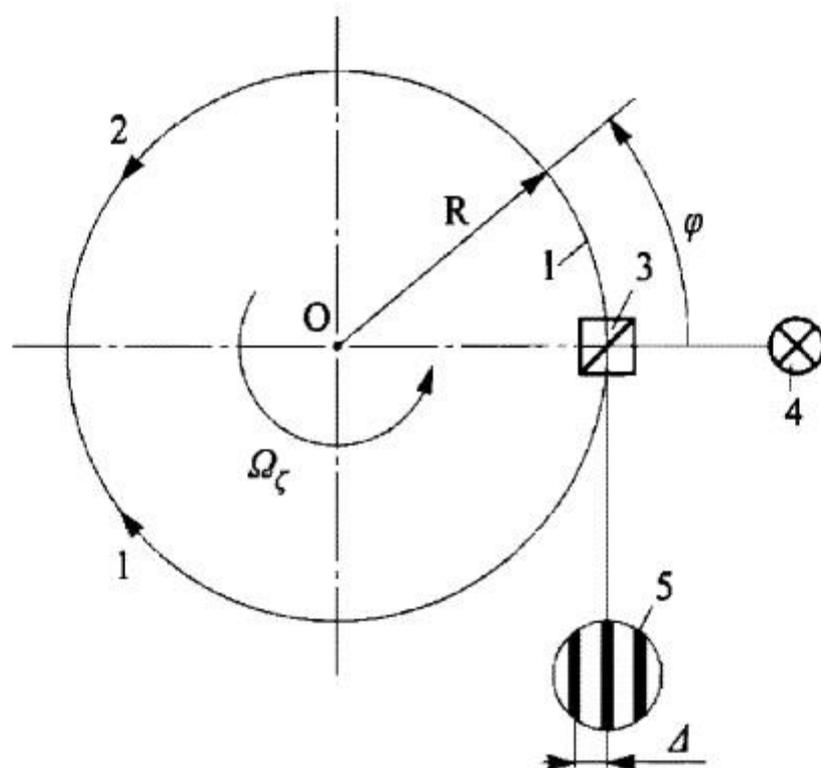


Рис. 92. Схема пассивного интерферометра

на площадке которого образуется интерференционная картина, состоящая из светлых и темных полос.

Если основание, на котором установлен оптический контур, неподвижно относительно инерциального пространства ( $\Omega_z = 0$ ), то разность хода лучей  $\Delta L = L_2 - L_1 = 0$ , а  $L_2 = L_1 = 2\pi R$ , что соответствует неизменной интерференционной картине (при отсутствии потерь в световолокне, отсутствии шумов электронной схемы). Появление абсолютной угловой скорости  $\Omega_z \neq 0$  приводит к тому, что путь луча 2 увеличивается на величину  $l$ , а луча 1 — уменьшается на величину  $l$ .

Разность хода лучей (за время  $t_0$  обхода лучом контура)  $\Delta L = L_2 - L_1 = 2l$  является причиной их фазового сдвига, следовательно, и линейного сдвига интерференционных полос на площадке фотоприемника, величина которого пропорциональна измеряемой угловой скорости  $\Omega_z$ . Разность  $\Delta L = 2l$  хода лучей соответствует разности времени возвращения лучей в исходную точку:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta L}{c} = \frac{2l}{c},$$

где  $l = \Omega_z t_0 R = \frac{2\pi R^2}{c} \Omega_z = \frac{2S}{c} \Omega_z$ ;  $c$  — скорость света ( $S$  — площадь оптического контура).

Фазовый сдвиг интерференционных полос

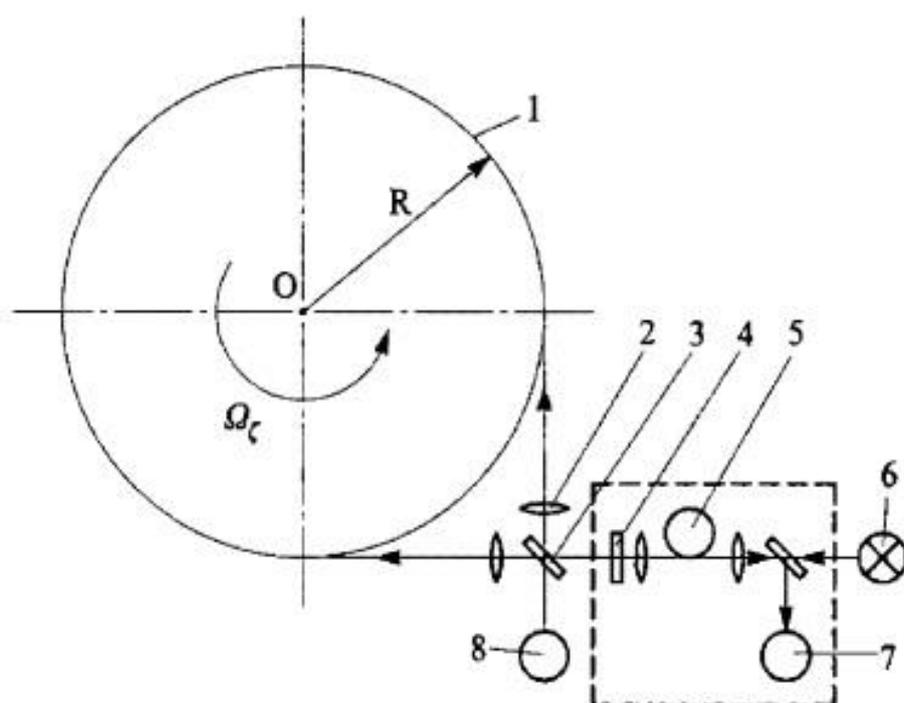
$$\Delta\varphi = \nu_0 \Delta t = \frac{4S\nu_0}{c^2} \Omega_z = h\Omega_z,$$

где  $h = \frac{4S\nu_0}{c^2}$  — чувствительность (масштабный коэффициент) пассивного интерферометра;  $\nu_0$  — частота излучения.

Измеряя фазовый сдвиг  $\Delta\varphi$  оптическим устройством, определяют угловую скорость  $\Omega_z$  основания. Однако чувствительность  $h$  мала, поэтому необходимо увеличивать площадь контура. С увеличением возрастают энергетические потери.

Реализация ДУС на базе пассивного интерферометра стала возможной только в связи с развитием световолоконной оптики, лазерной техники и микроэлектроники; отсюда название — волоконно-оптический гироскоп (ВОГ). Точность серийных ВОГ за последние годы возросла от 10 до  $10^{-3}$  °/ч.

Погрешности ВОГ связаны с качеством световолокна, деформацией корпусных деталей, шумами электронных схем, влиянием внешних магнитных полей и т. п. Характеристики прибора во многом зависят от температуры окружающей среды, поэтому в прецизионных ВОГ применяют системы термостатирования. Влияние магнитных полей снижают с помощью экрана. На рис. 93 показана принципиальная схема ВОГ.



**Рис. 93.** Принципиальная оптическая схема ВОГ:

1 — кольцо из одномодового волокна; 2 — линза; 3 — оптический разделитель луча; 4 — поляризатор; 5 — пространственный волоконный фильтр моды; 6 — лазер; 7, 8 — фотоприемники

В прецизионных схемах ВОГ используют достижения микрооптической технологии, волоконно-оптические функциональные и оптические волновые элементы и др.

Применение фотонно-кристаллических волокон позволяет уменьшить диаметр оптического контура до 2,5 см (без потери точности), существенно снизить влияние температуры и внешних магнитных полей на характеристики ВОГ.

Модель погрешности ВОГ запишем в зависимости от температуры окружающей среды в форме (42):

$$\omega(t \text{ } ^\circ\text{C}) = \omega_0 + K_0 \frac{\Delta t \text{ } ^\circ\text{C}}{t} + K_1 t \text{ } ^\circ\text{C} + \Delta\omega_{\text{сл}},$$

где  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $\Delta\omega_{\text{сл}}$ ,  $\omega_0$  — величины, определяемые, как правило, экспериментально;  $\Delta t \text{ } ^\circ\text{C}$  — перепад температур за время  $t$ .

При больших линейных перегрузках  $n$  отмечена зависимость погрешности ВОГ от  $n$  (обусловленная деформацией корпуса и элементов прибора).

В настоящее время ВОГ находит широкое применение для построения бескарданных систем ориентации, БИНС, САУ беспилотных ЛА и др.

ЛДУС:

### Лазерный ДУС

Схема лазерного ДУС (ЛДУС), представляющего собой активный интерферометр — кольцевой оптический квантовый генератор, приведена на рис. 94.

Принципиальное отличие ЛДУС от ВОГ состоит в том, что активная среда лазера помещается в замкнутый контур опти-

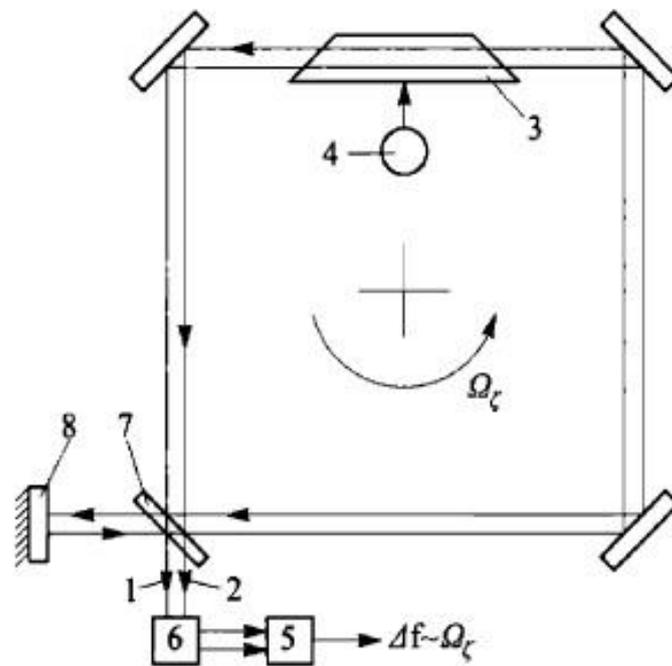


Рис. 94. Схема ЛДУС:

1, 2 — лучи; 3 — лазер; 4 — блок питания лазера; 5 — частотомер; 6 — фотоприемник; 7, 8 — полупрозрачное и отражающее зеркала

ческого резонатора, представляющего собой систему зеркал или призм. При включении источника питания 4 (блок «поджиг») и возбуждения активной среды в колебательной резонансной системе возникают свободные электромагнитные колебания, которые усиливаются благодаря наличию активной среды лазера и оптического резонатора.

Наиболее часто применяют гелий-неоновые лазеры. Гелий не участвует в излучении, но обеспечивает эффективное возбуждение нейтральных атомов неона. Отношение парциальных давлений Ne и He находится в диапазоне 0,073...0,2.

Возбуждение активной среды осуществляется тлеющим высоковольтным (5...10 кВ) зарядом постоянного напряжения или высокочастотным ( $10^2 \dots 10^3$  МГц) сравнительно низким напряжением. При возбуждении газа спонтанное излучение атомов получает максимальное усиление в направлении оптической оси резонатора, возвращается с помощью зеркал (или призм) резонатора в активную среду, которая обеспечивает дальнейшее усиление благодаря стимулированному излучению лазера. Усиление продолжается до тех пор, пока плотность энергии в волне не достигнет такого значения, при котором коэффициент усиления уменьшается вследствие эффекта насыщения. Система входит в автоколебательный режим работы подобно автогенератору; при этом функцию положительной обратной связи выполняют активная среда с резонатором. Установившейся генерации на частоте  $f_0$  (при  $\Omega_\zeta = 0$ ) соответствует равенство усиления среды и суммарных потерь в резонаторе. В режиме генерации устанавливаются две встречные волны генерации (лучи 1 и 2) с частотой  $f_0 = f_{01} = f_{02}$  при  $\Omega_\zeta = 0$ .

Необходимым условием работы ЛДУС является выполнение основного условия генерации активного интерферометра, которое означает кратность периметра  $L$  длине световой волны  $\lambda$  генерируемого излучения с частотой  $f$ :

$$L = m\lambda = mc/f, \quad (112)$$

где  $m \approx 10^5 \dots 10^6$  — целое число.

Наличие угловой скорости  $\Omega_z \neq 0$  приводит к изменению длины путей лучей  $L_2 > L_1$  (см. рис. 92), следовательно, и частот генерации  $f_1 = mc/L_1$ ,  $f_2 = mc/L_2$ . При этом разность частот  $\Delta f = f_1 - f_2$  (а не сдвиг фаз, как в ВОГ) пропорциональна измеряемой угловой скорости  $\Omega_z$ . Интерференционная картина перемещается с частотой  $\Delta f$ , и на выходе фотоприемника 6 возникает переменный ток, частота которого измеряется прибором 5 и пропорциональна  $\Omega_z$ .

Отметим, что часть излучаемой энергии ( $< 0,1\%$ ) выводится на регистрирующее устройство, состоящее из оптического смесителя (7, 8) и фотоприемника 6. Лучи смешиваются с помощью полупрозрачного 7 и отражающего 8 зеркал. Луч 2 частично проходит через зеркало 7, а луч 1, отражаясь от зеркала 8, смешивается с лучом 2, образуя интерференционную картину на фоточувствительной площадке фотоприемника 6, которая неподвижна при  $\Omega_z = 0$ .

Принцип работы ЛДУС можно пояснить следующим образом.

Две встречные бегущие электромагнитные волны (1 и 2) кольцевого лазера образуют стоячую волну, неподвижную в инерциальном пространстве. Для стоячей волны характерно наличие узлов, т. е. мест, где амплитуда колебаний равна нулю, и пучностей (ср. с ВТГ). Наблюдатель, смотря сверху на оптический контур (если бы это было возможно), фиксировал бы темные точки — узлы на светящемся кольце, неподвижном в инерциальном пространстве.

Вращение основания с абсолютной скоростью  $\Omega_z \neq 0$  приведет к перемещению узлов и пучностей волны относительно наблюдателя. Если считать, что от каждой темной точки идет импульс, то частота их следования пропорциональна  $\Omega_z$ , а суммарное число импульсов пропорционально  $\int \Omega_z(t) dt$ , т. е. углу  $\Delta\psi$  поворота основания.

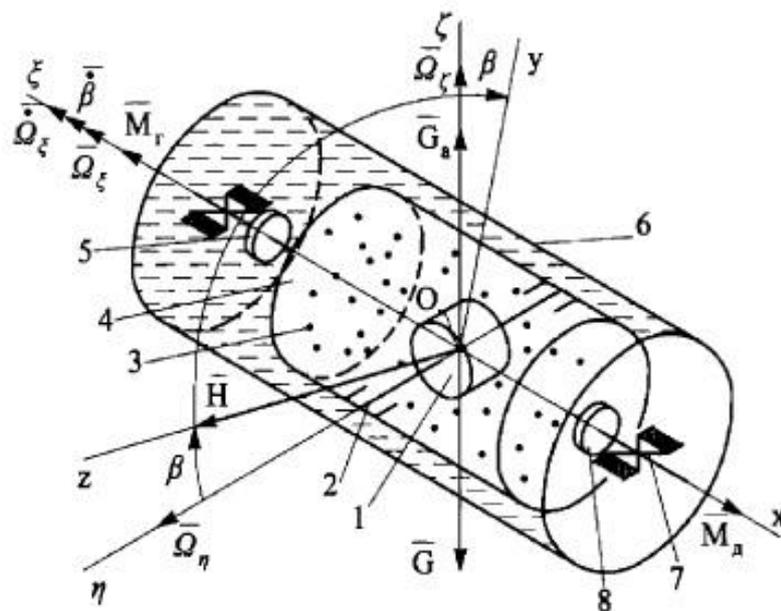
При работе ЛДУС обеспечивают одномодовый режим генерации, добываясь монохроматического когерентного излучения. Для этого регулируют усиление активной среды так, что на всех модах, кроме основной, потери в резонаторе не компенсируются.

Генерация зависит от спектральных характеристик зеркал, точности изготовления оптических деталей, силы тока газового разряда и др. Так, отклонения от параллельности двух плоских зеркал ( $\approx 5'$ ) может вызвать исчезновение генерации. Равенство частот  $f_{01}$  и  $f_{02}$  генерации при  $\Omega_z = 0$  обеспечивается выполнением условия строгой симметрии потерь энергии во встречных лучах 1 и 2 подбором характеристик элементов резонатора, осуществлением конструктивных и технологических мер, в частности, по стабилизации периметра  $L$  оптического контура.

## ПИГ:

В интегрирующем гироскопе (ИГ), построенном на базе двухстепенного гироскопа, гироскопический момент, вызванный угловой скоростью основания, уравнивается демпфирующим моментом. Первые ИГ, спроектированные до 50-х годов XX в., имели пневмодемпферы, которые обладали нестабильными характеристиками по демпфированию и не позволяли создать точные приборы.

Поэтому наибольшее распространение получили поплавковые интегрирующие гироскопы (ПИГ); автором первого патента на такой гироскоп (1943 г.) является профессор Ткачев.

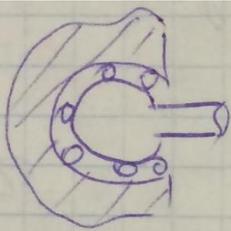


**Рис. 63.** Схема ПИГ:

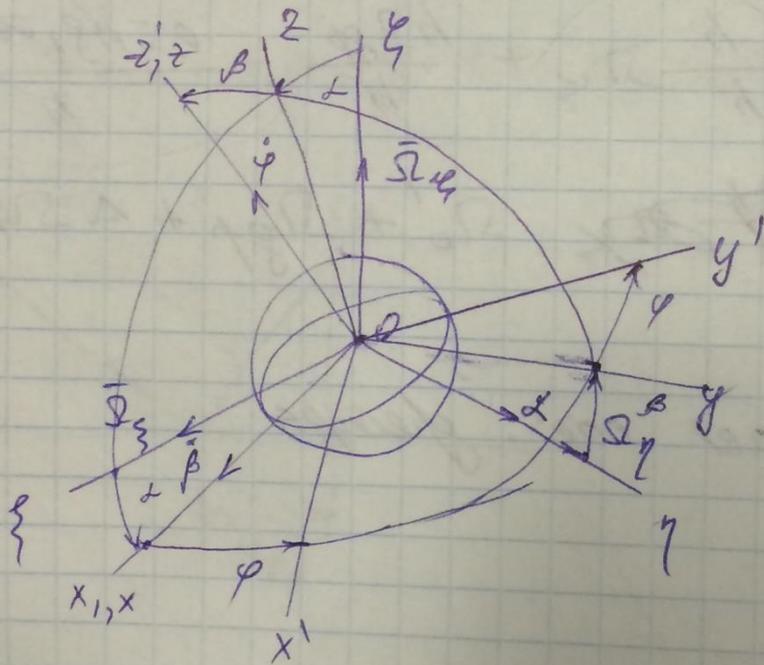
1 — гидродвигатель (гиромотор); 2 — главные опоры гироскопа — опоры ротора; 3 — газовая среда (5 % He, 95 % H<sub>2</sub>); 4 — корпус поплавка; 5 — датчик угла; 6 — корпус прибора; 7 — опора поплавка; 8 — датчик момента

2. Уравнения движения сферического гироскопа

Стр. 55-59



Уравнения движения сферического гироскопа.



$\alpha, \beta, \varphi$   
 $ox'y'z'$  - св. с вращ. корпусом  
 $oxyz$  - оси Пуансо

$$\Omega_{x'} =$$

$$\Omega_{y'} =$$

$$\Omega_{z'} =$$

$$Ox': -A \dot{\Omega}_{x'} + B \Omega_{y'} \Omega_{z'} - C \Omega_z \Omega_{y'} + M_x = 0.$$

$$Oy': -B \dot{\Omega}_{y'} + C \Omega_{z'} \Omega_{x'} - A \Omega_{x'} \Omega_{z'} + M_y = 0.$$

$$Oz': -C \dot{\Omega}_{z'} + A \Omega_{x'} \Omega_{y'} - B \Omega_{y'} \Omega_{x'} + M_z = 0.$$

Для простоты опустим центрихи

$$\begin{cases} A\dot{\Omega}_x - B\dot{\Omega}_y \Omega_z - C\dot{\Omega}_z \Omega_y + (C-B)\Omega_y \Omega_z = M_x \\ B\dot{\Omega}_y + (-C+A)\Omega_x \Omega_z = M_y \\ C\dot{\Omega}_z + (B-A)\Omega_x \Omega_y = M_z \end{cases}$$

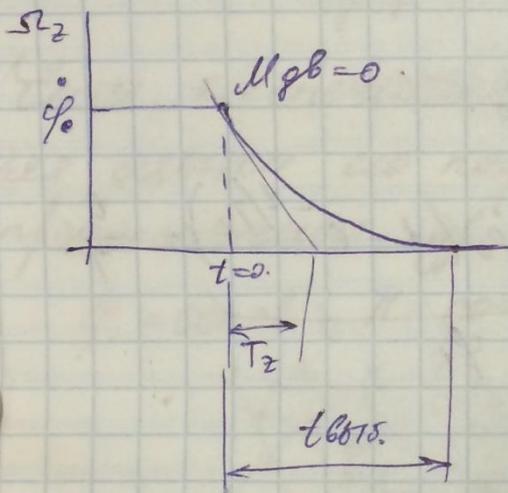
Уравнения  
Эйлера

$$M_z = M_{gb} - M_{comp}$$

$$\text{Пусть } B = A$$

$$M_{gb} = M_{comp}; \quad C\dot{\Omega}_z = 0; \quad \Omega_z = \text{const} = \dot{\varphi}_0; \quad M_{comp} \text{ — вынос}$$

$M_{comp} = -D_z \Omega_z$



$$C\dot{\Omega}_z + D_z \Omega_z = 0.$$

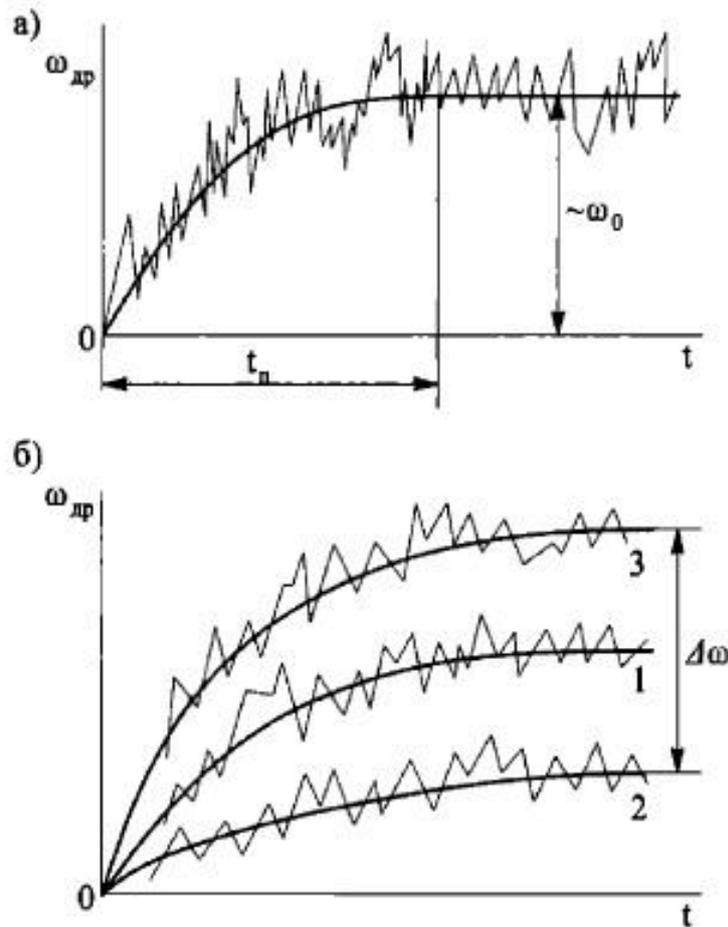
$$T_z = \frac{C}{D_z}; \quad T_z \dot{\Omega}_z + \Omega_z = 0.$$

$$t=0; \quad \Omega_z = \dot{\varphi}_0;$$

$$\Omega_z = \dot{\varphi}_0 e^{-t/T_z}$$

Рассмотрим приближенную модель погрешности сферического гироскопа. Классический сферический гироскоп (рис. 33) представляет собой быстровращающуюся сферу, подвешенную с помощью бесконтактного подвеса — электростатического (рис. 34), газового, жидкостного и др. Сферический гироскоп может быть чувствительным элементом БИНС, ИНС, систем ориентации и гиросtabilизаторов. К сферическим относятся также гироскопы головок самонаведения, имеющие сферический шарикоподшипниковый подвес.

Положение сферы ( $Ox'y'z'$ ) определяется углами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$  (рис. 33, а) относительно базовой СК  $O\xi\eta\zeta$ .



**Рис. 32.** Зависимость  $\omega_{др}$  от времени  $t$ :

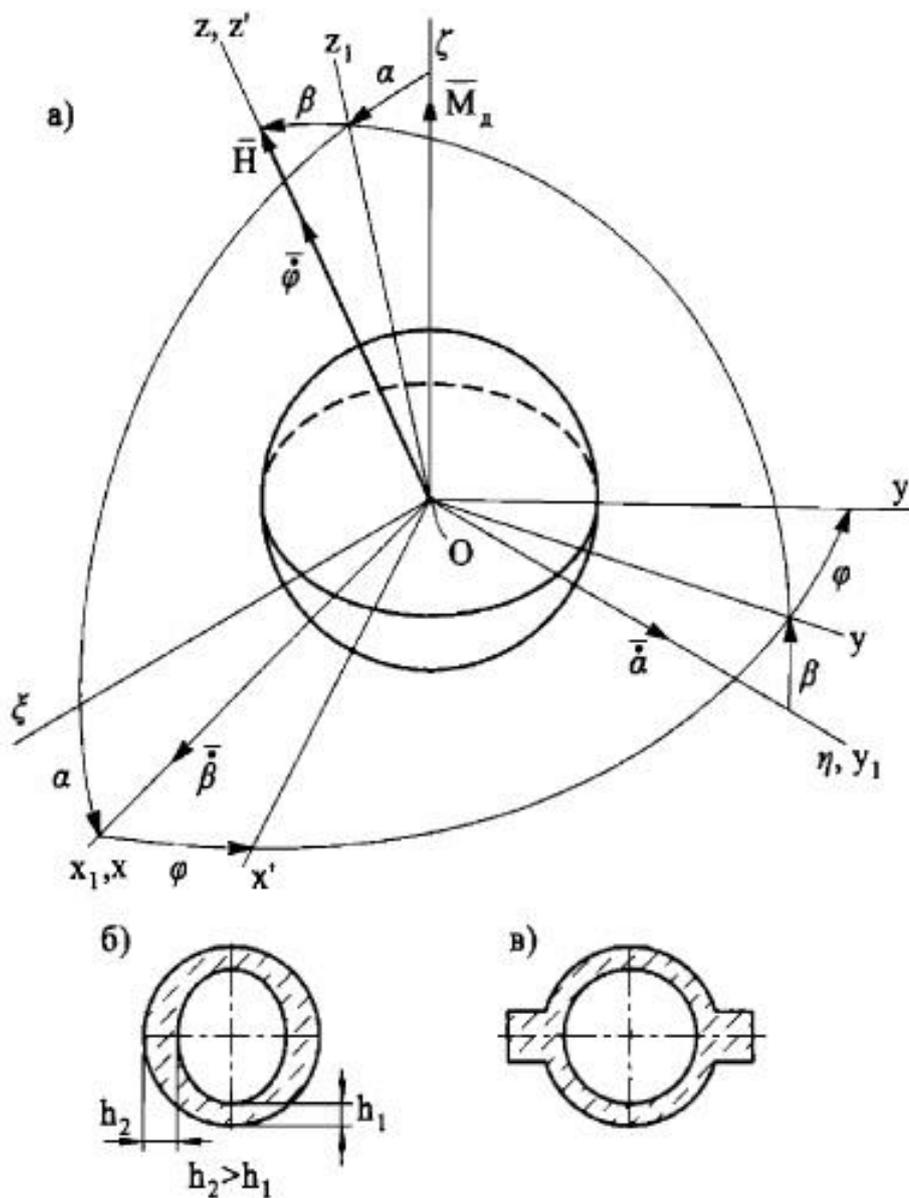
*a* — в одном запуске ( $t_n$  — время переходного процесса); *б* — от запуска к запуску (1—3)

Условие устойчивости сферического гироскопа, при котором затухают нутационные колебания, имеет вид

$$CD_x > AD_z,$$

где  $C, A$  — осевой и экваториальный моменты инерции ротора ( $Ox'y'z'$  — главные оси инерции; в дальнейшем штрих опускаем);  $D_x, D_z$  — удельные демпфирующие моменты (относительно осей  $Ox'$  и  $Oz'$ ).

При  $D_x = D_z$  необходимо обеспечить  $C > A$  путем утолщения сферы по экватору (рис. 33, б) или с помощью технологического пояска (рис. 33, в). При анализе точности устойчивого сферического гироскопа можно пользоваться прецессионными уравнениями, считая  $H = \text{const}$ .



**Рис. 33.** К выводу уравнений движения сферического гироскопа

Полагая СК  $O\xi\eta\zeta$  неподвижной, найдем абсолютные угловые скорости при малых  $\alpha$  и  $\beta$ :

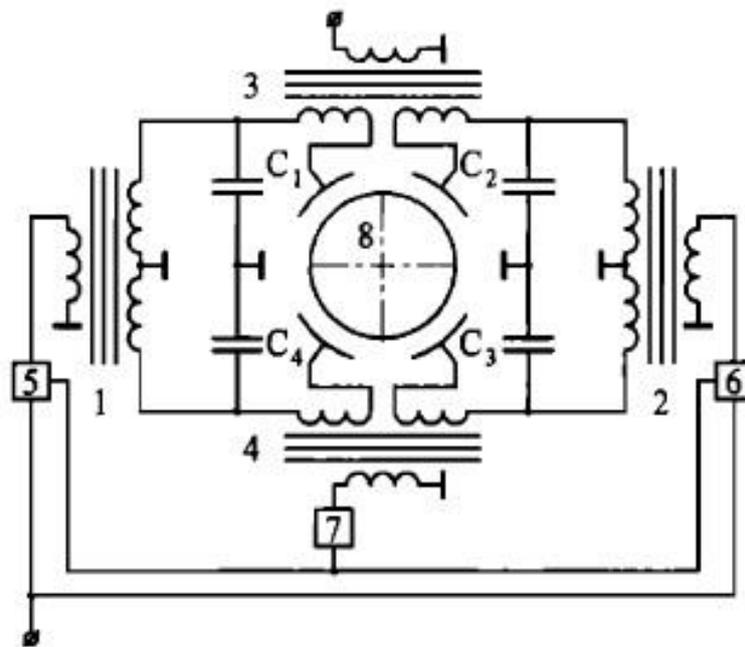
$$\omega_x \approx \dot{\beta};$$

$$\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta \approx \dot{\alpha}.$$

Проекции момента  $M_g$  двигателя, направленного по оси  $O\zeta$  (оси статора двигателя) на оси  $Ox$  и  $Oy$ :

$$M_x = -M_d \sin \alpha \approx -\alpha M_d;$$

$$M_y = M_d \cos \alpha \sin \beta \approx \beta M_d.$$



**Рис. 34.** Принципиальная схема электростатического гироскопа: 1, 2 — элементы питания; 3, 4 — элементы системы определения положения ротора (датчики положения); 5, 6 — усилители мощности; 7 — фазочувствительный усилитель; 8 — ротор;  $C_1$ — $C_4$  — разделительные конденсаторы

Прецессионные уравнения движения гироскопа для СК  $Oxyz$ :

$$\begin{aligned} \Sigma M_x = 0; \quad -N\dot{\alpha} - \alpha M_d + M_x &= 0; \\ \Sigma M_y = 0; \quad N\dot{\beta} + \beta M_d + M_y &= 0, \end{aligned}$$

где  $M_x, M_y$  — внешние (вредные, управляющие) моменты.

После преобразования уравнений получим

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + \varepsilon\alpha &= \omega_{\text{ССП}}; \\ \dot{\beta} + \varepsilon\beta &= \omega'_{\text{ССП}}, \end{aligned} \quad (43)$$

где  $\varepsilon = M_d/N$  — удельная скорость прецессии сферического гироскопа, вызванная моментом двигателя;  $\omega_{\text{ССП}} = \frac{M_x}{N}$ ;  $\omega'_{\text{ССП}} = -\frac{M_y}{N}$  — ССП под действием вредных моментов  $M_x, M_y$ .

При  $M_x = M_y = 0$  решение (43) имеет вид  $\alpha = \alpha_0 e^{-\varepsilon t}$ ;  $\beta = \beta_0 e^{-\varepsilon t}$ , где  $\alpha_0, \beta_0$  — углы, характеризующие начальное положение оси ротора при  $t = 0$ .

Траектория апекса на картинной плоскости — прямая  $\alpha = \frac{\alpha_0}{\beta_0} \beta$ , т. е. ось гироскопа «корректируется» моментом дви-

гателя и движется кратчайшим путем к совмещению с вектором  $M_d$  (своеобразная радиальная коррекция), что приводит к погрешности сферического гироскопа; при наличии момента двигателя сферический гироскоп «теряет» свойства свободно-го гироскопа.

Оценим погрешность сферического гироскопа, считая, что двигатель уравнивает момент сил вязкого трения (газодинамический момент сопротивления вращению ротору)  $M_d = D_z \dot{\phi}$ . Тогда  $\varepsilon = \frac{D_z \dot{\phi}}{C \dot{\phi}} = \frac{1}{T}$ , где  $T = \frac{C}{D_z}$  — постоянная времени сферического гироскопа.

При отклонении ротора гироскопа на углы  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  скорость его прецессии

$$\dot{\alpha} = \omega_{\text{ССП}}^* = \omega_{\text{ССП}} - \frac{\alpha^*}{T}; \quad \dot{\beta} = \omega_{\text{ССП}}^{**} = \omega'_{\text{ССП}} - \frac{\beta^*}{T},$$

т. е. гироскоп должен работать при малых углах  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  и с малым удельным демпфирующим моментом  $D_z$ .

Если имеются разбалансировка ротора, неравножесткость подвеса, то модель погрешности сферического гироскопа запишем с учетом выражения (41):

$$\omega_{\text{ССП}}(n) = \frac{\theta^*}{T} + \omega_0 + \omega_1(g)n + \omega_2(g^2)n^2 + \dots, \quad (44)$$

где  $\theta^*\{\alpha^*, \beta^*\}$  — угол отклонения от оси  $Oz$ ;  $\omega_0$ ,  $\omega_1(g)$ ,  $\omega_2(g^2)$  — удельные составляющие ССП;  $n$  — линейная перегрузка.

Для электростатических гироскопов навигационных систем подводных лодок  $\omega_0 \approx 10^{-5}$  °/ч, КЛА —  $10^{-2} \dots 10^{-5}$  °/ч, сферических гироскопов головок самонаведения — до  $10$  °/ч.

В модели (44) появляется характерная зависимость ССП от угла  $\theta^*$  отклонения оси сферы относительно вектора момента приводного двигателя. Для уменьшения этой погрешности применяют двигатель, в котором с помощью специальной следящей системы обеспечивается совпадение осей сферы и вектора момента двигателя.